(24)　有限系の準安定状態

京大・教養　冨　田　博　之
京大・理　村　上　　力

まず有限系の自由エネルギーをスピン系を用いて考察してみる。

$$\beta F_N(m,H)=-\frac{1}{N}\ln Z_N(m,H) \tag{1}$$

$$Z_N(m,H)=\int d^N s\,\{\prod_i \delta(1-s_i^2)\}\,\delta(\sum s_i-Nm)\exp(-\beta\mathscr{H}) \tag{2}$$

$$\mathscr{H}=-\frac{1}{2}\sum_{ij}J_{ij}s_i s_j-H\sum s_i \tag{3}$$

(J_{ij} ; nearest neighbor interaction)

ただし

$$F_N(m,H)=F_N(m,0)-Hm \tag{4}$$

これは厳密には求められていないが (2) で

$$\prod_i \delta(1-s_i^2) \longrightarrow \delta(N-\sum s_i^2)$$

と代えた sphericalモデルについては $N\gg 1$ に対して正確に計算することができる。その結果, $T<T_c$, $H=0$ の時, 自発磁化 $\pm m_s$ の間で $F_N(m,0)$ はバリアとなり, その高さは

$$\varDelta F_N\propto N^{-2/3} \tag{5}$$

となる。(ただし 3 次元, T_c および m_s は $N=\infty$ の時のもの) これに対し $\pm m_s$ より外側は殆んど N によらず, $N\to\infty$ では $F_N(m,0)$ は $\pm m_s$ の間で平らになる。2 次元イジング系では上の 2/3 の代りに 1/2 と報告されており, 一般に

$$\Delta F_N \propto N^{-\lambda}, \qquad 0 < \lambda < 1 \tag{6}$$

と考えられる。（分子場近似では $\lambda = 0$ ）

$H \neq 0$ の場合は (4) より

$$|H| > H_c \cong \Delta F_N / m_s \tag{7}$$

に対して $F_N(m, H)$ は double minimum ではなくなる。この限界磁場 H_c は (6) より $H_c \propto N^{-\lambda}$ と，N 依存である。この関係を図1に示した。

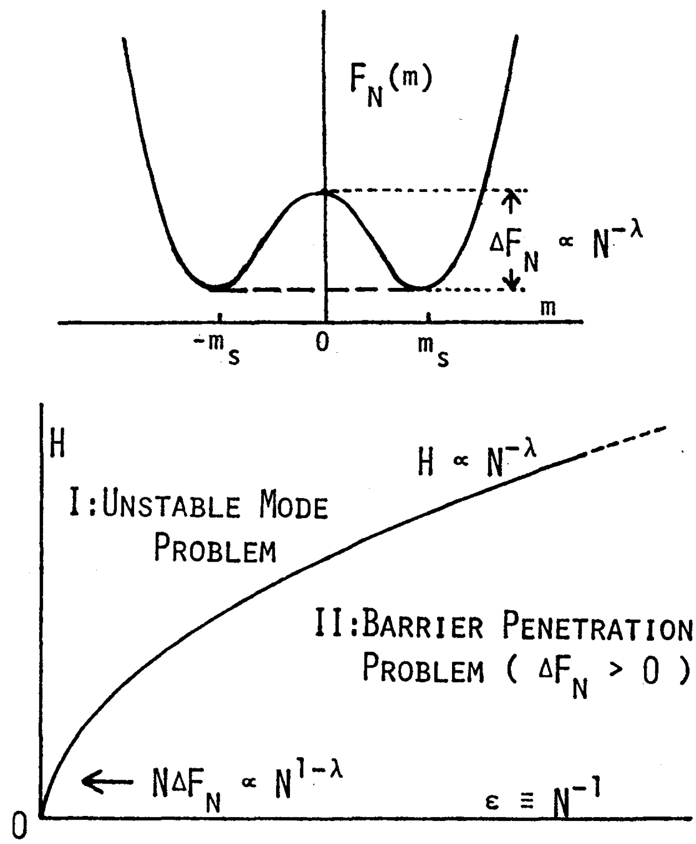

図 1

領域Iではバリアはなく，IIでは $\Delta F_N > 0$ である。各々の領域に対して，長時間域での動力学が次のように特徴づけられる。

I. 自由エネルギーバリアはなく，局所平衡に達した後は，長波長モードの揺ぎが不安定異常増大を示し，準安定状態が崩壊する。動力学としては非線型モード結合理

論が必要である。

Ⅱ. 不安定モードは現われず，すべてのモードが定常に達した後は, LRO のみで閉じたマスター方程式

$$\frac{d}{dt}P(m,t)=\sum_{m'}W(m'\to m)P(m',t)-\sum_{m'}W(m\to m')P(m,t)$$

が適用され，緩和時間は

$$\tau_2 \propto \exp(\beta N \varDelta F_N)$$

と，$\varDelta F_N \neq 0$ である限り大きな系では実際上無限大である。

緩和過程に現われる自由エネルギーは F_N を N 倍した全自由エネルギーであり，$H=0$ では

$$N \varDelta F_N \propto N^{1-\lambda} \to \infty$$

となり，$N\to\infty$ と $H\to 0$ の極限操作の順序が問題であり，$N^{-1}=0$, $H=0$ は特異点となる。

Ⅰの領域に対しては昨年の王子セミナーで扱った mean-spherical 近似の方法で，空間的揺ぎと LRO の時間発展を調べることができ，有限系に対する上記の考察がこの立場からも補強される。